

Semaines 6 et 7

Exercice 6_1

Au cours d'une année, un bassin versant de 26000 km² a reçu 594 mm de pluie. Le débit moyen de la rivière traversant le bassin versant vaut 170 m³/s. En sachant qu'aucune irrigation n'est pratiquée, que la variation de stock d'eau du sol est négligeable et que le niveau de la nappe souterraine ne varie pas significativement, estimer les pertes en eau annuelles par évapotranspiration dans la zone considérée.

Exercice 6_2

Sur 2 parcelles expérimentales ayant bénéficié d'irrigations différentes, on a mesuré certains paramètres du bilan hydrique de la zone racinaire en vue de calculer l'évapotranspiration durant la période d'irrigation.

Les résultats des mesures (en mm) sont donnés dans le tableau suivant :

	Parcelle 1	Parcelle 2
Irrigation	50	390
Précipitations	66	66
Percolation	21	64
Stock d'eau du sol en début de période	512	512
Stock d'eau du sol en fin de période	241	555
Ruissellement	30	0

Estimer la valeur de l'évapotranspiration sur chacune des parcelles, sachant que les remontées capillaires sont négligeables.

Exercice 6_3

Un fermier dispose d'un puits de pompage dans la nappe souterraine situé au milieu de sa propriété couvrant une surface horizontale de 1 ha. Il pompe en moyenne 2100 m³/an dans la nappe (profondeur de l'ordre de 10 m) pour irriguer ses cultures. Les précipitations moyennes annuelles valent 1200 mm et l'évapotranspiration moyenne est de l'ordre de 1350 mm. Sachant que la profondeur de la nappe souterraine et que le stock hydrique dans la zone non saturée restent plus ou moins constants :

- représenter schématiquement les termes du bilan hydrique mis en jeu
- quelle quantité d'eau de percolation a-t-elle été apportée à la nappe ?
- quel volume d'eau a-t-il été apporté latéralement à la nappe pour que sa profondeur soit restée constante ?

Exercice 6_4

Example (slightly modified) from: http://www.earthonlinemedia.com/ebooks/tpe_3e/hydrosphere/water_balance_1.html

Annual Water Budget, Rockford, IL														
Field capacity =		90 mm												
Year	2009	2010												2010
Month	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Year (Total)
P	45	50	49	66	78	100	106	88	84	86	73	56	45	881
PE	0	0	0	5	40	84	123	145	126	85	44	8	0	660
P-PE	45	50	49	61	38	16	-17	-57	-42	1	29	48	45	221
ΔS	12	0	0	0	0	0	-17	-57	-16	1	29	48	12	0
S	90	90	90	90	90	90	73	16	0	1	30	78	90	738
AE	0	0	0	5	40	84	123	145	100	85	44	8	0	634
D	0	0	0	0	0	0	0	0	26	0	0	0	0	26
SU	33	50	49	61	38	16	0	0	0	0	0	0	33	247

P	Precipitation
PE	Potential Evaporation
AE	Actual evapotranspiration
D	Moisture Deficit
SU	Moisture Surplus
S	Moisture Storage
ΔS	Change in Moisture Storage

	Given Data
	Calculated Results

The above figure is taken from the accompanying Excel file (WaterBudgetResults.xlsx). All the results in orange (Calculated Results) can be deduced by applying the appropriate rule in Excel – find the rules that yield the Calculated Results above. Hint: You need only Min, Max, addition and subtraction.

Exercice 6_5

Les valeurs suivantes ont été mesurées pendant un essai à l'infiltromètre à double anneau :

Temps [min]	Infiltration cumulée I [cm]
15	1.3
160	7.0

- Calculer les coefficients de l'équation de Kostiakov
- Estimer l'infiltration cumulée et le taux d'infiltration après 5 heures

Exercice 6_6

Le sol d'une parcelle a une capacité d'infiltration i qui peut être décrite par la loi de Philip :

$$i = \frac{1}{2} St^{-1/2} + A$$

- t : temps (h)
 A : infiltrabilité finale (mm/h), proche de la conductivité hydraulique à saturation
 S : sorptivité (mm/h^{1/2})
 I : infiltration cumulée (mm = mm³/mm²)
 i : dI/dt , le taux d'infiltration (mm/h)

La sorptivité, fonction de la teneur en eau initiale, est de 14 mm/h^{-1/2} et la conductivité hydraulique à saturation K_s du sol vaut 11mm/h. La parcelle reçoit la pluie P suivante mesurée au pas de temps horaire :

t (h)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P (mm)	10	12	8	20	25	20	10	8	7	5	6	8

- Représenter (p.ex. en Excel) la répartition pluie/capacité d'infiltration en fonction du temps
- Au bout de combien d'heures le ruissellement débute-t-il ?

- c) En admettant que cette parcelle est représentative d'un bassin versant de 75 km², quel volume d'eau passera à l'exutoire ?
- d) Que vaut le coefficient (C) de ruissellement ? On a $C = \frac{\text{lame ruisselée}}{\text{pluie brute}}$.

Exercice 6_7

La formule de Green & Ampt :

$$\frac{tK_s}{\Delta\theta} = z_f - \Delta h \ln \left(1 + \frac{z_f}{\Delta h} \right), \quad \Delta h = (h_{\text{surface}} - h_{\text{front}}), \quad \Delta\theta = \theta_s - \theta_i$$

Soit un essai d'infiltration verticale dans un sol sableux homogène et isotrope présentant les caractéristiques suivantes :

- porosité totale n égale à 0.4 cm³/cm³
- conductivité hydraulique à saturation K_s de 8.32 cm/h
- teneur en eau volumique initiale θ_i, uniforme sur tout le profil, de 0.1 cm³/cm³

La charge de pression h à la surface est nulle. Sachant que la charge de pression au front vaut -11 cm, calculer au moyen de la formule de Green & Ampt, après une heure d'infiltration :

- a) La profondeur du front
- b) La vitesse de progression du front
- c) La valeur de l'infiltration cumulée
- d) La valeur de la sorptivité de Green & Ampt

Exercice 6_8 (extra challenge)

Derive the Green-Ampt model for infiltration into a vertical soil profile for a falling head ponded surface condition. The falling head condition results when we start with a given initial ponded depth on the soil surface, but do not replenish the water removed due to infiltration. Thus, the depth of surface water reduces due to the cumulative infiltration, i.e.,

$$\text{ponded depth} = \text{initial depth} - \text{cumulative infiltration}.$$

The above equation is, using symbols:

$$h_s(t) = h_s(0) - I(t).$$

- a) Similarly to the Green-Ampt derivation given in the notes, show that, for this surface condition, the Green-Ampt infiltration model is:

$$z_f(t)\Delta\theta = K_s t(1 - \Delta\theta) + \frac{\Delta\theta\Delta h}{1 - \Delta\theta} \ln \left[1 + \frac{z_f(t)(1 - \Delta\theta)}{\Delta h} \right],$$

where $\Delta h = h_s(0) - h_f$.

- b) For t small, z_f(t) is small, and the ln term can be expanded as a Taylor series, i.e.,

$$\ln(1 + x) = x - x^2/2 - \dots$$

Use this expansion to show that the Green-Ampt sorptivity (S_{GA}) calculated using this equation is,

$$S_{GA} = \sqrt{2\Delta\theta\Delta hK_s}.$$

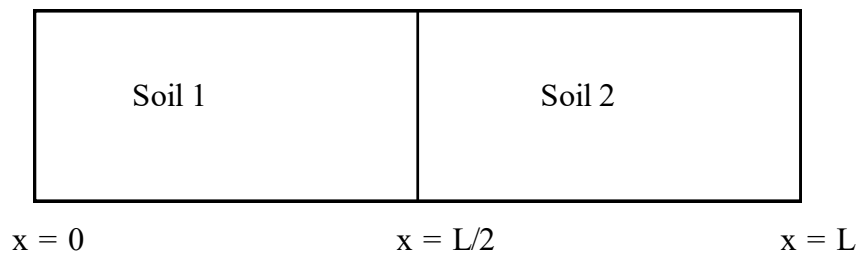
- c) Rewrite the Green-Ampt model in a) in terms of $I(t)$ and S_{GA} (z_f and Δh will be replaced).
- d) Compare this form (in part c) of the Green-Ampt model with that for the case of a fixed head on the surface, i.e., for the case where h_s is a constant. What is the overall effect of the falling head condition?
- e) Give a formula for the time taken for all the water on the surface to enter the soil. What is special about this time?

Exercise 6_9 (extra challenge)

Two important properties of the soil are the sorptivity, S , and the hydraulic conductivity, K .

Based on these parameters, estimate the length and time scales of:

- (a) The end of a soil column (filled with dry soil) is placed vertically in a water container. The water in the container moves upward into the soil. How far upwards does the water move and how long does it take?
- (b) Recall the exercise on unsaturated flow in the system:



In the exercise, we assumed that the flow was purely horizontal, and that flow due to gravity could be ignored. This assumption is reasonable so long as the height of the soil layer is less than a characteristic value, which is?

For this question, assume that the soil is initially dry and that the water is supplied uniformly on the $x = 0$ boundary at a fixed moisture content, θ_0